



Stichting NIOC en de NIOC kennisbank

Stichting NIOC (www.nioc.nl) stelt zich conform zijn statuten tot doel: het realiseren van congressen over informatica onderwijs en voorts al hetgeen met een en ander rechtstreeks of zijdelings verband houdt of daartoe bevorderlijk kan zijn, alles in de ruimste zin des woords.

De stichting NIOC neemt de archivering van de resultaten van de congressen voor zijn rekening. De website www.nioc.nl ontsluit onder "Eerdere congressen" de gearchiveerde websites van eerdere congressen. De vele afzonderlijke congresbijdragen zijn opgenomen in een kennisbank die via dezelfde website onder "NIOC kennisbank" ontsloten wordt.

Op dit moment bevat de NIOC kennisbank alle bijdragen, incl. die van het laatste congres (NIOC2023, gehouden op donderdag 30 maart 2023 jl. en georganiseerd door NHL Stenden Hogeschool). Bij elkaar bijna 1500 bijdragen!

We roepen je op, na het lezen van het document dat door jou is gedownload, de auteur(s) feedback te geven. Dit kan door je te registreren als gebruiker van de NIOC kennisbank. Na registratie krijg je bericht hoe in te loggen op de NIOC kennisbank.

Het eerstvolgende NIOC vindt plaats op donderdag 27 maart 2025 in Zwolle en wordt dan georganiseerd door Hogeschool Windesheim. Kijk op www.nioc2025.nl voor meer informatie.

Wil je op de hoogte blijven van de ontwikkeling rond Stichting NIOC en de NIOC kennisbank, schrijf je dan in op de nieuwsbrief via

www.nioc.nl/nioc-kennisbank/aanmelden-nieuwsbrief

Reacties over de NIOC kennisbank en de inhoud daarvan kun je richten aan de beheerder:

R. Smedinga kennisbank@nioc.nl.

Vermeld bij reacties jouw naam en telefoonnummer voor nader contact.

Wiskunde in het lagere jaars informatica curriculum

H.C.A. van Tilborg, E. M. van de Vrie en G. Zwaneveld
Productgroep Technische Wetenschappen
Open Universiteit
Postbus 2960
6401 DL Heerlen

Samenvatting

De inhoud en omvang wordt geschetst van het wiskunde onderwijs in de informatica opleiding van een aantal nederlandse universiteiten. Hierbij worden opmerkelijke overeenkomsten, verschillen en trends gesignaleerd.

1 Inleiding

De informatica heeft de afgelopen jaren een stormachtige ontwikkeling doorgemaakt. Op vrijwel alle plaatsen in de samenleving zijn de gevolgen merkbaar van de technologische veranderingen die de informatica (in zijn breedste betekenis) tot nu toe heeft opgeleverd. Ook de universiteiten pasten zich aan de ontwikkelingen aan. Nieuwe vakgroepen, afdelingen en faculteiten ontstonden en gingen zich bezig houden met het onderwijs en onderzoek in de informatica.

De relatie tussen de informatica en de wiskunde is altijd zeer nauw geweest (zie de Bruijn 1989). Historisch gezien hebben vele wiskundigen aan de wieg gestaan van de computer. Ook nu nog is het onderscheid tussen wiskunde en informatica in veel gevallen nauwelijks te maken. Bovendien hebben ook nieuwe ontwikkelingen binnen de informatica fundamenteel wiskundige vragen opgeroepen. Een belangrijk deel van de informatica opleidingen wordt dan ook gevuld met wiskunde onderwijs. Wiskunde wordt als onmisbaar gezien voor een zinvolle studie in de informatica.

Wat er precies aan wiskunde onderwijs aan informatica studenten moet worden aangeboden is minder uitgekristalliseerd. Traditioneel vormde Analyse de hoofdmoot van het wiskundeonderwijs in de technische opleidingen. Algemeen aanvaard is ondertussen de stelling dat de aandacht in die richting minder zwaar hoeft te zijn. Onderwerpen uit onder andere de Discrete Wiskunde en Logica krijgen een veel zwaardere plaats toegekend (zie

Chetwynd 1987). In Bradley (1988) wordt gesteld dat Discrete Wiskunde zich tot Informatica verhoudt als Calculus tot de Fysica. In paragraaf 2 zal de huidige situatie (mei 1990) beschreven worden aan zeven Universiteiten. Dit zijn de Technische Universiteiten uit Delft, Eindhoven en Twente, de Universiteit van Amsterdam, de Vrije Universiteit, de Rijks Universiteit van Leiden en de Open universiteit. In paragraaf 3 wordt aangegeven welke verdere verschuivingen te verwachten zijn.

2 De huidige situatie (overeenkomsten en verschillen)

Met behulp van de studiegidsen van de zeven onderzochte opleidingen is een inventarisatie gemaakt van de wiskundecomponent in de eerste twee jaar van de informatica-opleidingen. Onjuistheden hierbij zijn door middel van commentaar van deze opleidingen overwegend weggewerkt. Omdat diverse instellingen hun eigen manier van meten van studielast hebben, was het niet altijd eenvoudig om alles op het systeem van studiepunten te normaliseren (een studiepunt staat voor 40 studie-uren).

Voordat deze gegevens nader worden geanalyseerd is het goed te vermelden dat een meerderheid van de hierboven genoemde instellingen middels een commissie bezig is zich opnieuw te bezinnen op hun curriculum in het algemeen en dus ook op de wiskundecomponent. In de volgende paragraaf zal hierop worden teruggekomen.

In tabellen 1 en 2 zijn de bevindingen te vinden. Tabel 1 geeft de studielast per wiskundevak aan, terwijl tabel 2 vrij gedetailleerd de onderwerpen opsomt die behandeld worden aan de diverse opleidingen.

	UT	TUE	TUD	Ou[1]	UVA	RUL	VU
Analyse	8,5	5	8	5,5	5	8	7
Lineaire Algebra	4	5	3,5	3	4	8	6
Numerieke Wiskunde		2,5	3	2,5	3	4	
Discrete Wikunde	4	5	2	2	4	5	4
Abstracte Algebra	3	7		4	4	4	4
Logica	3,5	21	1,5	4	4	3	4
Kansrekening en Statistiek	3	3	5		4	5	4
TOTAAL	26	48,5	23	21	28	37	29

Tabel 1

Studielast van het Wiskunde aandeel in de eerste twee jaar van het Informatica curriculum, uitgedrukt in studiepunten

	UT	TUE	TUD	Ou[1]	UVA	RUL	VU
Analyse							
afbeeldingen	x	x	x	x	x	x	x
standaard functies	x	x	x	x	x	x	x
limieten	x	x	x	x	x	x	x
continuïteit	x	x	x	x	x	x	x
differentiëren	x	x	x	x	x	x	x
integreren	x	x	x	x	x	x	x
differtiaalverg.	x	x	x	x	x	x	x
stelsels diff. verg.			x	x			
existentie, eenduid.	x		x				
rijen, reeksen	x	x	x	x	x	x	x
Taylor	x	x	x	x	x	x	x
lijntintegraal			x				
meerv. integraal	x		x		x	x	x
complexe getallen	x	x	x	x	x	x	x
functies in meer var.	x	x	x	x		x	x
impliciete functies	x						
multipl. van Lagrange						x	x
fundamenteaal rijen	x						
volledigheid	x						
contractiestelling	x						
beginwaarde probl.			x				
Euler, Picard meth.	x		x				
Laplace transf.	x		x				
Lineaire Algebra							
vectoren	x	x	x	x	x	x	x
vectorruimten	x	x	x	x	x	x	x
lineaire afh.	x	x	x	x	x	x	x
lineaire afbeeld.		x	x	x	x	x	x
matrices	x	x	x	x	x	x	x
determinanten	x	x	x	x	x	x	x
lin. vergelijkingen	x	x	x	x	x	x	x
inproduct ruimten	x	x	x	x	x	x	x
eigenwaarde en -vect.	x	x	x	x	x	x	x
coördinaten transf.	x	x	x			x	
projectie	x		x	x		x	x
symmetrische afbeeld.	x	x	x	x		x	x
orthogonale. afb.	x	x	x	x		x	x
kegelsneden						x	x
positief definitief							x
Numerieke Wiskunde							
computer aritmetiek		x	x	x	x	x	
foutenanalyse		x	x	x	x	x	
nulpunten		x		x	x	x	
lineaire stelsels			x	x	x	x	
lineair programmeren			x				
kleinste kwadraten			x	x		x	

	UT	TUE	TUD	Ou	UVA	RUL	VU
eigenwaarden			x	x			
niet lin. stelsels						x	
interpolatie		x		x	x	x	
integraal approxim.		x		x	x	x	
diff. verg. approxim.			x	x			
extrapolatie				x		x	
sommatie							
Discrete Wiskunde							
eenvoud. combinat.	x	x	x	x		x	x
recurrente betrek.		x	x	x		x	x
inclusie-exclusie	x	x	x	x		x	x
genererende functies			x	x	x	x	x
graaf	x	x	x	x	x	x	x
wandeling	x	x	x	x	x	x	x
ketens	x	x	x	x	x	x	x
samenhangend	x	x	x	x	x	x	x
planariteit		x			x	x	x
kortste pad algor.	x	x	x	x	x	x	x
greedy algoritme	x			x		x	x
bomen	x	x	x	x	x	x	x
opspannende bomen	x	x	x	x	x	x	x
optimale bomen	x				x		
zoek algoritmen			x	x		x	
Kruskal	x	x		x	x	x	
Euler tour	x	x	x	x	x	x	x
Hamilton	x	x		x	x	x	x
koppelingen	x			x	x	x	x
transversalen				x	x	x	x
overdekkingen					x		x
kantenkleuringen					x		x
chromatisch getal					x		x
kliëk					x		x
cokliëk					x		x
punten kleuring					x		x
chromatisch polynoom					x		
netwerken	x	x		x	x	x	x
Ford Fulkerson	x	x		x	x		x
König - Hall	x	x		x		x	x
Menger	x	x			x		x
matroiden	x					x	x
complexiteit van alg	x		x			x	
capita selecta						x	x
Abstracte Algebra							
Algor. van Euclides	x	x		x	x	x	x
Chinese reststelling	x	x		x		x	x
restklassen	x	x		x	x	x	x
gereduceerd restsyst		x		x	x	x	x

	UT	TUE	TUD	Ou	UVA	RUL	VU
Legendre Jacobi symb.	x		x				
eenv. getaltheorie	x	x		x		x	x
permutaties	x	x		x	x	x	x
groepen	x	x		x	x	x	x
ondergroepen	x	x		x	x	x	
homomorfismen	x	x		x	x	x	x
direct product	x			x	x	x	
voortbrengers	x	x		x	x	x	x
orde, index	x	x		x	x	x	x
normaaldeler	x	x			x		x
factorgroep	x				x		x
centrum	x				x		
homo- en isomorfie	x	x			x		x
Polya theorie					x	x	
ringen	x	x		x	x	x	x
idealen	x	x		x	x		x
ringhomomorfismen	x			x	x		x
polynoomringen	x	x		x	x	x	x
(ir-)reducibele							
polynomen	x	x		x	x	x	x
eindige lichamen	x	x		x	x	x	x
Kansrekening en Statistiek							
kansbegrip	x	x	x		x	x	x
aftelb., cont. verd.	x	x	x		x	x	x
verwachting, var.	x	x	x		x	x	x
simultane kansverd.	x	x	x		x	x	x
onafhankelijkheid	x	x	x		x	x	x
voorwaard. kansv.	x	x	x		x	x	x
Markov ketens		x			x		
toetsen van hypoth.			x		x	x	
parameter schatting			x			x	
random generatoren					x	x	
Monte Carlo methoden					x	x	
statistisch pakket						x	
Logica							
verzamelingen	x	x		x		x	x
relaties	x	x		x	x	x	x
ordeningen	x	x		x			
ordinaal getallen		x				x	
keuze axioma		x					
Boole algebra	x	x		x			x
normaal vormen				x	x	x	x
universele algebra's		x					
tralties		x		x			
afb. op tralties		x					
dekpuntstelling		x					
Lemma van Zorn		x					

	UT	TUE	TUD	Ou	UVA	RUL	VU
elementaire recursie	x	x					
induct. predicaten		x					
propositie	x	x	x	x	x	x	x
predicaat	x	x	x	x	x	x	x
functies op posets		x					
semantiek	x	x	x	x	x	x	x
formele taal	x	x		x	x	x	x
niet imperat. talen		x					
geldigheid		x	x	x	x	x	x
bewijzen	x	x	x	x	x	x	x
consist./volledigh.		x		x	x	x	x
Gödel		x					
modale logica		x		x			
combinat. logica		x					
logisch progr.		x					
automaten	x						
berekenbaarheid						x	x

Tabel 2

Behandelde [2] Wiskunde onderwerpen gedurende de eerste twee jaar van het Informatica curriculum

Uit tabel 1 blijkt dat met uitzondering van de TUE, waar de programma commissie in 1989 met ingrijpende wijzigingen gekomen is, de verschillen tussen de diverse instellingen niet zo groot te zijn. De gemiddelde studielast van de wiskunde is ruim 27 studiepunten, wat ongeveer 32% van de totale studielast van de eerste twee jaar is. In volgorde van omvang is dat Analyse (6,5), Lineaire Algebra (5,6), Discrete Wiskunde, Abstracte Algebra, Logica en Kansrekening en Statistiek (ieder 3,2) en ten slotte Numeriek Wiskunde (2). Aan de RUL liggen al deze cijfers wat hoger, maar ongeveer in dezelfde verhouding. Echt opmerkelijk is dat de TUD geen Abstracte Algebra aan de informaticastudenten onderwijst, de VU geen Numerieke Wiskunde en de Ou geen Kansrekening en Statistiek. Een aantal instellingen heeft geen apart college Numerieke Wiskunde, maar heeft dat in colleges Analyse en Lineaire Algebra verweven. In Twente komt Numerieke Wiskunde in het derde jaar aan bod. Met computerpakketten op gebied van de Statistiek, Numerieke Wiskunde of Formele Formule Manipulatie wordt hoegenaamd niet gewerkt. De TUE komt wat betreft de meeste vakken aardig overeen met de andere instellingen, behalve op het gebied van de Logica. Met een Logica studielast van 21 studiepunten geeft de TUE aan dat zij daar enorm belang aan hecht. De UVA onderkent het belang van de Logica, als fundamentele bouwsteen van de Informatica, door er meteen in het eerste semester van het eerste jaar mee te starten.

3 Ontwikkelingen

In de contacten met de geïnventariseerde instellingen en bij de bestudering van de literatuur is gebleken dat het wiskunde curriculum fors in beweging is. Zo zijn er aan de Technische Universiteiten van Delft en Twente Eindhoven, en aan de Universiteiten van Amsterdam en Leiden commissies aan het werk, die aanbevelingen tot wijziging van het curriculum voorbereiden. In Eindhoven is dit werk net voltooid. Het is jammer dat niet altijd gepoogd is een visie op de informatica te geven, van waaruit de voorgestelde veranderingen te begrijpen zijn. Toch is er (overwegend) een duidelijke lijn te bespeuren. Globaal is de tendens enerzijds het minder diepgaand maken van de traditionele basisvakken Analyse, Lineaire Algebra, Numerieke Wiskunde en Kansrekening en Statistiek en anderszijds het versterken van vakken als Logica, Algebra en Discrete Wiskunde. Voor de preciesere invulling van het wiskunde onderdeel van het informatica programma worden in de literatuur de volgende overwegingen genoemd.

(1) De grondslagen van de informatica zijn zuiver wiskundig van aard; deze concepten worden wiskundig abstract geformuleerd en genoteerd; de wijze waarop hiermee wordt omgesprongen is volstrekt vergelijkbaar met die zoals er in de wiskunde gewerkt wordt. Er is bijvoorbeeld geen fundamenteel verschil tussen het schrijven van een bewijs in een formeel axiomatisch systeem en het bewijzen van de correctheid van een algoritme. Evenzo zal het streng mathematisch formuleren van een probleem vaak de eerste stap zijn in de richting van zowel een oplossing als van een algoritme.

(2) Een aantal deelgebieden in de informatica maakt rondt gebruik van wiskundige begrippen. Zoekprocedures gaan uit van boomstructuren, bestudering van netwerken vraagt om kennis over wachtrijen en wetenschappelijk rekenen zonder calculus is ondenkbaar.

(3) Binnen de informatica zijn er allerlei specialisaties die meer wiskunde vergen dan het doorsnee pakket. Denk bijvoorbeeld aan Theoretische Informatica of Cryptografie. Om dit soort specialisaties voor studenten toegankelijk te houden, is het gewenst het wiskundedeel van het onderbouwprogramma breed en fundamenteel te houden. Uiteraard treden hier tussen de diverse instellingen verschillen op, die (vaak) de aanwezige specialisaties weerspiegelen.

(4) Het beperken van het universitaire informatica onderwijs tot louter applicaties door weglating (voor een belangrijk deel) van de achterliggende fundamenteel wiskundige principes heeft als belangrijkste nadeel dat

studenten bij een toepassing die anders is dan de onderwezen toepassingen, in grote problemen raken.

Voorts ziet men in de literatuur pleidooien om niet zo zeer snel (veel) resultaten te willen bewijzen in bijvoorbeeld de Analyse, maar eerder de nadruk te leggen op de formele begrippen en het werken daarmee. Het is daarbij uiterst nuttig om het terugkomen van structuren in uiteenlopende vakken te signaleren, om daarmee het nut van abstracte structuren aan te tonen.

4 Afsluiting

De inhoud van het wiskunde onderwijs dat aan informatica opleidingen wordt gegeven is aan sterke veranderingen onderhevig. De aandacht voor Analyse, Lineaire Algebra, Numerieke Wiskunde en Kansrekening en Statistiek vermindert, terwijl die voor Logica, Algebra en Discrete Wiskunde toeneemt. Tussen de diverse instellingen bestaan aanzienlijke verschillen, terwijl ook in de komende jaren nog belangrijke veranderingen in de diverse onderwijsprogramma's zijn te verwachten.

Noten

- [1] Sommige van de Ou cursussen zijn nog in ontwikkeling.
 [2] Sommige van de niet gemarkeerde onderwerpen kunnen in het derde en vierde jaar of tijdens een ander college behandeld worden.

Gebruikte literatuur

- Bertziss, Alfs (1987) A Mathematically Focused Curriculum for Computer Science. In: Commun. ACM 30, 356-365.
 Bradley, J. (1988) The Role of Mathematics in the Computer Science Curriculum. In: Commun. ACM 20, 100-103.
 Chetwynd A.G., e.a. (1987) What Mathematics for Computer Scientist? In: Computer Bulletin, 36-38.
 de Bruijn (1989) Mathematics and Computers. In: Nieuw Archief voor Wiskunde, Vierde Serie, Deel 7, 169-195.
 Denning, P.J. e.a (1989) Computing as a Discipline. In: Commun. ACM 32, 9-23.